Abiturprüfung

Berufliche Gymnasien BW

Analysis

Teil 2

2010 bis 2017

Die Anwendungsaufgaben zur Analysis stehen in den Texten 74013 und 74014

Text Nr. 74012

Stand 4. August 2017

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

http://mathe-cd.schule

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Vorwort

Da ich die Lizenz besitze, sämtliche Aufgaben der Haupt-Abiturprüfungen aus Baden-Württemberg zu veröffentlichen, baue ich eine große Sammlung auf. Nun findet man solche Aufgaben öfters im Internet. Doch meine ausführlichen Lösungen mit intensiver Besinnung auf die Grundlagen, ist sicher einmalig und hilfreich für Schüler / und auch Lehrer bzw. Referendare. Ich verwende ab und zu CAS-Screenshots, obwohl diese Aufgaben in der Regel nur mit GTR gelöst werden sollen.

Teil 2 dieser Sammlung: Prüfungsaufgaben der beruflichen Gymnasien.

74011	*Analysis Teil 1*	*2000 bis 2009*	*in Planung*	
74012	**Analysis Teil 2**	**ab 2010**	**Dieser Text**	
74013	Analysis Teil 3	Anwendungsaufgaben 2005 bis 2009		
74014	Analysis Teil 4	Anwendungsaufgaben ab 2010		
74020	**Analysis spezial**:	Trigonometrische Funktionen ab 2002		
74031	Vektorgeometrie 1	2000 bis 2005		
74032	Vektorgeometrie 2	ab 2006		
74111	Matrizenrechnung	Betriebliche Verflechtungen Leontief-Modell		ab 1982
74120	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen		1982 bis 1999
74121	Matrizenrechnung	Bedarfstabellen, Kostenrechnungen		ab 2000
74122	**Matrizenrechnung spezial**	Ausgewählte Anwendungsaufgaben		
74131	Lineare Optimierung	ab 2000		
74210	*Stochastik*	*vor 2000*	*in Planung*	
74211	Stochastik	2000 bis 2004		
74212	Stochastik	2005 bis 2009		
74213	Stochastik	ab 2010		

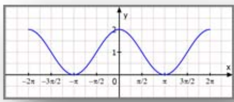
Teil 3: Fachhochschulreifeprüfung / Berufskolleg

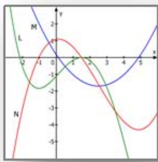
74302	Analysis – ganzrationale und e-Funktionen	2002 - 2009
74305	Analysis – Trigonometrische Funktionen	2002 - 2009
74310	Analysis – (alles)	2010 – 2014
74315	Analysis – (alles)	ab 2015
74321	Vektorgeometrie	
74331	Matrizenrechnung: wirtschaftliche Anwendungen	
74341	Stochastik	
74251	Wirtschaftsrechnen: Kosten- und Gewinnfunktionen	

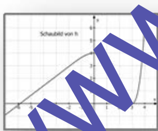
Demo-Text für www.mathe-cd.de

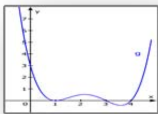
Inhalt

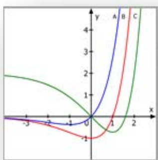
Analysis-Aufgaben: Lösungen











Demo-Text für www.mathe-cd.de

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Abiturprüfung 2010

Teil 1 / Aufgabe 1.1

Für jedes $a \in \mathbf{R}^* = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ist die Funktion f_a gegeben durch

$$\boxed{f_a(x) = ax(x+1)(x+3)}$$

Das Schaubild von f_a ist K_a.

1.1.1 Zeichnen Sie K_{-2} und K_1 in ein gemeinsames Koordinatensystem. (4 VP)

1.1.2 Berechnen Sie den Inhalt der gesamten Fläche, die von K_1 und der Normalen von K_1 im Ursprung eingeschlossen wird. (6 VP)

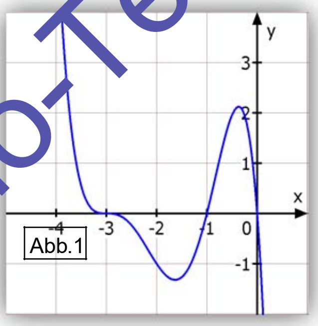
1.1.3 Die Punkte $A(-1|0)$, $B(u|0)$ und $C(u|f_{-2}(u))$ bilden für $-1 < u < 0$ eine Dreieck. Für welches u ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks maximal? (5 VP)

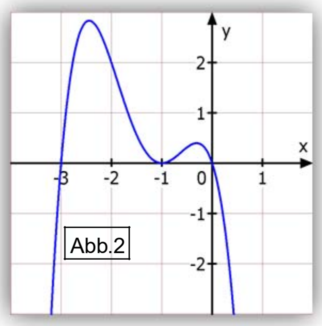
1.1.4 Beschreiben Sie, wie K_a aus K_1 entsteht. Geben Sie die Schnittpunkte von K_a mit den Koordinatenachsen an. Bestimmen Sie Hoch- und Tiefpunkte von K_a. (8 VP)

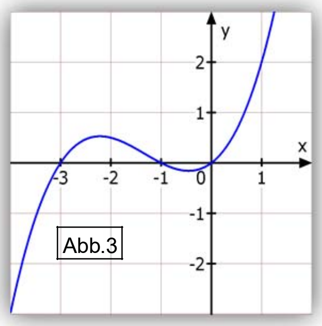
1.1.5 Bestimmen Sie den Wert von a, für den der Wendepunkt von K_a exakt auf der Geraden mit der Gleichung $y = 20$ liegt. (6 VP)

1.1.6 Für $a \in \mathbf{R}^*$ und $n \in \mathbf{N}$ ist die Funktion h gegeben durch
$h(x) = ax(x+1)^n(x+3)$, $x \in \mathbf{R}$.

Jemand behauptet, dass sich bei geeigneter Wahl von a und n die skizzierten Schaubilder ergeben. Prüfen Sie diese Behauptung für jedes der folgenden Schaubilder und ermitteln Sie gegebenenfalls die passenden Werte für a und n. (6 VP)







Demo-Text für www.mathe-cd.de

Abiturprüfung 2010

Teil 1 / Aufgabe 1.2

Gegeben ist die Funktion g durch $\boxed{g(x) = 3 \cdot e^{-x}}$; $x \in \mathbf{R}$.

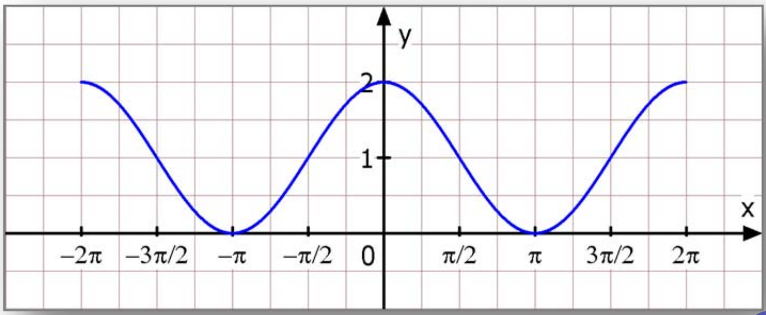
1.2.1 Das Schaubild von g, die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = 2{,}5$ begrenzen eine Fläche.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche exakt. (4 VP)

1.2.2 Die Fläche aus 1.2.1 rotiert um die x-Achse. Dabei entsteht ein Rotationskörper. Der Rotationskörper wird so durchbohrt, dass die Bohrachse mit seiner Symmetrieachse übereinstimmt. Diese Bohrung hat den Durchmesser 1.
Welches Volumen hat der Restkörper? (6 VP)

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Abiturprüfung 2010
Teil 1 / Aufgabe 2.1

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Ableitungsfunktion f' einer Funktion f mit $-2\pi \le x \le 2\pi$.



2.1.1 Begründen Sie anhand der Abbildung, welche der folgenden Aussagen falsch oder wahr sind:

- f ist monoton steigend.
- Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.
- Das Schaubild von f hat in $P\left(\frac{\pi}{2} \mid f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ dieselbe Steigung wie die erste Winkelhalbierende. (5 VP)

2.1.2 Geben Sie einen Funktionsterm von f' an.
Die Schaubilder von f und f‘ schneiden sich auf der y-Achse.
Bestimmen Sie f(x). (5 VP)

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Abiturprüfung 2010
Teil 1 / Aufgabe 2.2

Gegeben ist die Funktion g mit

$$\boxed{g(x) = x + \sin(x)} \quad \text{für} \quad x \in [-4\,;4].$$

2.2.1 Zeichnen Sie das Schaubild K. (3 VP)

2.2.2 Zeigen Sie, dass die Wendepunkte von K auf der ersten Winkelhalbierenden liegen. K und die erste Winkelhalbierende schließen im 1. Quadranten eine Fläche ein. Bestimmen Sie die Parallele zur y-Achse, welche diese Fläche im Verhältnis 1:2 teilt. (9 VP)

2.2.3 Die Gerade mit der Gleichung $x = u$ für $0 < x < \pi$ schneidet die erste Winkelhalbierende im Punkt P und das Schaubild K im Punkt Q. P und Q bilden zusammen mit dem Ursprung ein Dreieck.
Für welchen Wert von u ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks maximal? (5 VP)

2.2.4 Das Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades schneidet die x-Achse in $A(-1\,|\,0)$ und verläuft durch $B\left(2\,|\,\frac{9}{5}\right)$. Es hat im Ursprung einen Wendepunkt und schneidet dort das Schaubild K senkrecht.
Bestimmen Sie den Funktionsterm dieser Polynomfunktion. (7 VP)

Abiturprüfung 2010
Teil 1 / Aufgabe 2.3

Für jedes $t \in \mathbf{R}^*$ ist die Funktion h_t gegeben mit

$$\boxed{h_t(x) = -\frac{1}{20}tx^4 + \frac{9}{20}tx^3 - \frac{1}{2}x} \quad \text{für} \quad x \in \mathbf{R}.$$

Das Schaubild von h_t heißt H_t.

2.3.1 Bestimmen Sie die Bereiche, in denen h_1 monoton wachsend und gleichzeitig das zugehörige Schaubild rechtsgekrümmt ist. (5 VP)

2.3.2 Prüfen Sie, ob es ein t gibt, sodass H_t einen Wendepunkt mit waagrechter Tangente hat. (6 VP)

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Abiturprüfung 2011

Teil 1 / Aufgabe 1.1

Für jedes $t \in \mathbf{R}$ mit t>1 ist die Funktion g_t gegeben durch

$$\boxed{g_t(x) = t - e^{-x}}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

Das Schaubild von g_t ist G_t.

1.1.1 Nennen Sie drei gemeinsame Eigenschaften aller Schaubilder G_t. (3 VP)

1.1.2 Eine Parabel berührt G_2 auf der y-Achse und schneidet G_2 auf der x-Achse. Bestimmen Sie die Gleichung dieser Parabel. (5 VP)

1.1.3 $\overline{G_1}$ entsteht durch Spiegelung von G_1 an der y-Achse. Zeigen Sie, dass sich G_1 und $\overline{G_1}$ rechtwinklig schneiden. (4 VP)

1.1.4 Berechnen Sie exakt den Wert von t, für den G_1 mit den Koordinatenachsen eine Fläche mit dem Inhalt 1 einschließt. (7 VP)

Abiturprüfung 2011

Teil 1 / Aufgabe 1.2

Für jedes positive reelle a ist die Funktion f_a gegeben durch

$$\boxed{f_a(x) = \frac{1}{a} - a \cdot \sin(x)}; \quad 0 < x < 2\pi.$$

Das Schaubild von f_a sei K_a.

1.2.1 Zeichnen Sie $K_{0,5}$ und K_2.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Geraden mit der Gleichung $x = \frac{\pi}{2}$, von K_2 und von $K_{0,5}$ begrenzt wird. (8 VP)

1.2.2 Die Gerade mit der Gleichung x = u mit $0 < u < \frac{3}{2}\pi$ schneidet K_2 im Punkt P und $K_{0,5}$ im Punkt Q.

Berechnen Sie den größten Wert, den der Flächeninhalt des Dreiecks PQR mit $R(0\,|\,1)$ annehmen kann. (5 VP)

1.2.3 Bestimmen Sie die Koordinaten des Hochpunktes und des Tiefpunktes von K_a.

Für welche Werte von a verläuft K_a oberhalb der x-Achse? (6 VP)

Demo-Text für www.mathe-cd.de